



विज्ञानदूत

फक्त खाजगी वितरणासाठी

या अंकात...



संपादकीय
पाय् आलेख
याला गणित ऐसे नाव
कोडे
आलेख कसा काढतात ?
चढ आणि उतार
रेने दे कार्त
स्वरा आणि मावशी

हा अंक थेट मिळवा

"विज्ञानदूतचा" अंक
केंद्राच्या संकेतस्थळावरून
अवकरित (download)
करता येतो. तो छापा,
वितरित करा.

<https://vidnyankendra.org>

नमस्कार

गणिताला चित्ररूप देणे शक्य आहे का? या प्रश्नाचे उत्तर होय असे आहे. याचा अर्थ गणितातील आकड्यांना नाटकातल्यासारखी भूमिका देऊन त्यांची रंगीत चित्रे काढणे असा नाही.

गणिताला चित्ररूपात प्रथम आणले ते भूमितीने. त्रिकोन, चौकोन, वर्तुळ अशा अनेक आकृती काढून त्यांचे गुणधर्म तपासले जातात आणि संख्यांच्या भाषेत (समीकरणांनी) व्यक्त केले जातात ती भूमिती.

भूमितीच्याही पलीकडे जाणाऱ्या निर्देशक-भूमितीने (co-ordinate geometry) तर जवळ जवळ सर्व क्षेत्रात मजल मारली. पदार्थविज्ञान, अभियांत्रिकी पासून ते रसायनशास्त्र, जीवशास्त्र, आरोग्य या सर्व ठिकाणी निर्देशक भूमितीचा वापर केला जातो. त्याशिवाय उद्योग-जगात आणि देशाचाही आर्थिक आढावा घेण्यासाठी ही पद्धत वापरली जाते.

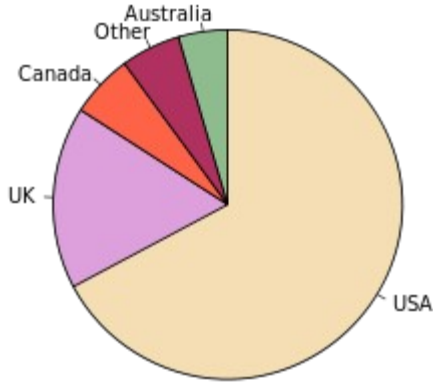
निर्देशक-भूमिती मधील महत्वाचे अवजार म्हणजे आलेख. या अंकात आपण आलेखाच्या साहाय्याने विविध क्षेत्रातील प्रक्रियांचे गुणधर्म आणि प्रगती-अधोगती चित्ररूपाने कशी सांगितली जाते ते पहाणार आहोत.

विज्ञान-तंत्रज्ञान आणि आलेख यांचे नाते अतूट आहे.

- प्रसाद मेहेंदळे (संपादक)

पाय् आलेख

निवडणुकीत कोणत्या पक्षाला किती जागा, मते मिळाली किंवा अंदाजपत्रकात पैसा कसा मिळवला जाईल आणि कसा खर्च होईल हे दाखवण्यासाठी पाय् आलेखाचा उपयोग केला जातो.



शेजारील पाय् आलेख, जगात कोणत्या देशात किती प्रमाणात इंग्रजी ही मुख्य भाषा म्हणून वापरली जाते याचे वर्णन करतो.

प्रत्यक्ष संख्यांचा विचार न करताही आलेखाच्या मदतीने आपण ही माहिती मांडू शकतो. परदेशातील, दंडगोलाकार केक प्रमाणे असणाऱ्या पाय् या खाद्य-पदार्थांशी या आलेखाचे साम्य आहे. या आलेखाच्या प्रकाराचा वापर केल्यामुळे केलेल्या विविध कामांची तुलना आपल्याला करता येते आणि त्यातून अधिक माहितीसुद्धा मिळवता येते.

पाय आलेखाचा वापर व्यावसायिक क्षेत्रात किंवा वृत्तपत्रांत मोठ्या प्रमाणावर केला जातो. परंतु पाय आलेख वापरण्याचे अनेक तोटेही आहेत.

- संख्यांमुळे येणारा बिनचूकपणा या आलेखात नसतो. उदा. वरील पाय् आलेखाचे वाचन करून ऑस्ट्रेलिया व कॅनडा या ठिकाणी इंग्रजी वापरणाऱ्यांच्या संख्येत नेमका किती फरक आहे हे कळत नाही.
- एकमेकांशी संबंधित पण दोन निरनिराळ्या पाय आलेखांची तुलना करणे फार अवघड जाते.

विल्यम प्लेफेअर यांनी १८०१ साली लिहिलेल्या Statistical Breviary या संख्याशास्त्रावर आधारित पुस्तकात पाय् आलेखाचा प्रथम वापर केल्याची नोंद आहे. मात्र या आलेख पद्धतीची लोकप्रियता वाढवण्यास फ्लॉरेन्स नाईटिंगेल या जगप्रसिद्ध परिचारिकेने खूप प्रयत्न केले.

पाय आलेखाचा उपयोग मुख्यतः विविध संबंधित गोष्टींचे एकमेकांशी असलेले प्रमाण समजून घेण्यासाठी होतो.

वातावरणातील विविध वायूंचे प्रमाण पटकन समजून घेण्यासाठी जो पाय् आलेख वापरता येईल तो वर दाखवला आहे. या आलेख पद्धतीला विस्फोटित पाय् आलेख (exploded pie chart) असे म्हटले जाते. या आलेखातील सर्वात मोठी पाय् पाकळी नायट्रोजनचे वातावरणातील एकूण प्रमाण दर्शवते. मध्यम आकाराची पाकळी ऑक्सिजनचे तर सर्वात लहान पाकळी इतर वायूंचे प्रमाण दर्शवते.

Atmospheric air content	
Gas	percentage
Nitrogen	78.00%
Oxygen	21.00%
Others	1.00%



याला गणित ऐसे नाव...

गेली कित्येक शतके गणिताबद्दल अनेक समज, गैरसमज आहेत. गणिताबद्दलची अशी मते, व्याख्या अनेक तत्कालीन थोर लोकांनी मांडल्या आहेत. त्यातल्या काही मनोरंजक व्याख्या, मते पुढे दिली आहेत.

गणिती सूत्र

जर मला एखादे गणिती सूत्र दिले आणि त्याचा अर्थच मला माहिती नसेल तर ते सूत्र मला काय शिकवणार ? आणि जर त्याचा अर्थ मला माहिती असेल तर मग त्या सूत्राची गरजच काय ?

--संत ऑगस्टाइन (इ.स. पूर्व ३५४-४३०)

आनंदाश्चर्याचा धक्का

ज्या शिंप्याला आपण बेतलेला-शिवलेला कपडा, कोणता प्राणी वापरणार आहे हे अजिबात माहिती नाही त्या शिंप्यासारखा गणितज्ञ असतो. फार पूर्वी प्राण्यांना कपडे मिळावेत या गरजेतून या कलेची (गणिताची) सुरुवात झाली. आज मात्र अशी स्थिती आहे की तयार झालेला कपडा कधीतरीच कोणाला तरी चपखल बसतो. आणि मग आनंदाला आणि आश्चर्याला पारावर उरत नाही.

--डी अलेंबर्ट (फ्रेंच गणितज्ञ १७१७-१७८३)

कशा करिता करतोस हे ?

एखाद्या व्यसनासारखंच आहे हे तुझं सगळं. त्यामुळे वेळ, तब्बेत, मनःशांती आणि जीवनातलं सुख या साऱ्यांपासून तू वंचित होशील. बाबा रे, कृपा कर आणि हातातलं हे काम (अयुक्लिडीय भूमिती) सोडून दे.

--वोल्फगाँग बोल्झाई यांनी त्यांचा गणितज्ञ मुलगा यानोस बोल्झाई याला केलेला उपदेश.

आराधना

प्रमेयाची सिद्धता ही एक देवता असते आणि तिच्या प्राप्ती साठी गणितज्ञ स्वतःला क्लेश देत राहतो.

- सर आर्थर एडिंग्टन (सापेक्षता सिद्धांताचा जगात प्रथमच पडताळा पहाणारे ब्रिटिश गणितज्ञ-वैज्ञानिक)

मागील कोड्याचे उत्तर

दुसऱ्याच्या मनातली कोणतीही दोन अंकी संख्या जास्तित जास्त ७ प्रयत्नात ओळखता येते. त्यासाठी निम्मे अंतर जाऊन प्रश्न विचारण्याची पद्धत अवलंबावी लागते.

- तुमच्या मैत्रीणीला एक दोन अंकी संख्या मनात धरायला सांगा. (समजा ६० ही ती संख्या आहे.)
- पहिला प्रश्न: तुझी संख्या ५० पेक्षा मोठी आहे का जास्त आहे का ५० हीच आहे ? (मैत्रीण सांगते: मोठी)
- दुसरा प्रश्न: तुझी संख्या ७५ पेक्षा (५० व ९९ चा साधारण मध्य) मोठी की लहान की ७५ हीच आहे? (मैत्रीण सांगते: लहान)
- तिसरा प्रश्न: तुझी संख्या ६२ पेक्षा (५० व ७५ चा साधारण मध्य) मोठी की लहान की ६२ हीच आहे? (मैत्रीण सांगते: लहान)
- चौथा प्रश्न: तुझी संख्या ५६ पेक्षा (५० व ६२ चा मध्य) मोठी की लहान की ५६ हीच आहे ? (मैत्रीण सांगते: मोठी)
- पाचवा प्रश्न: तुझी संख्या ५९ पेक्षा (५६ व ६२ यांचा मध्य) मोठी की लहान की ५९ हीच आहे ? (मैत्रीण सांगते मोठी)
- सहावा प्रश्न: तुझी संख्या ६० पेक्षा (५९ व ६२ यांचा साधारण मध्य) आहे की लहान की तीच आहे ? (मैत्रीण सांगते: ६० हीच संख्या माझ्या मनात होती.) या ठिकाणी ६१ ही संख्या (साधारण मध्य म्हणून वापरली असती तर सातवा आणि शेवटचा प्रश्न विचारावा लागला असता.)

खरे तर सात प्रयत्नात ० ते १२७ या संख्यांदरम्यानची कोणतीही संख्या ओळखता येईल. या पद्धतीत थोडासाच फरक करून पन्नास पेक्षा कमी संख्याही ओळखता येते. तुम्ही हा प्रयोग करून पहा. हेच तत्व वापरून कमाल आठ प्रयत्नात ० ते २५५ या मध्यंतरातील संख्या तुम्हाला ओळखता येईल.

नवे कोडे

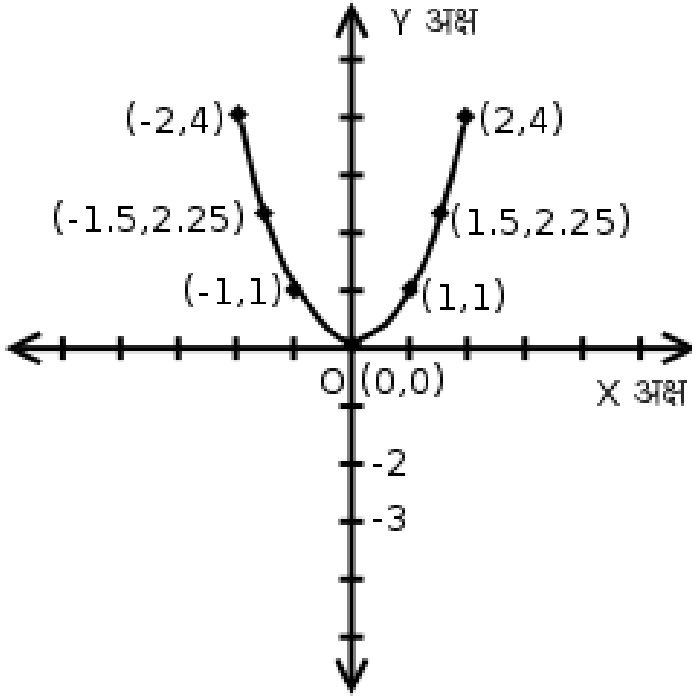
काही परग्रहवासी संख्या व्यक्त करताना ० व १ ही दोनच चिन्हे वापरतात. त्यांनी लिहिलेली १०११ ही संख्या आपल्या दशमान पद्धतीत तुम्ही कशी लिहाल ? उत्तर पुढील अंकात.

विज्ञान केंद्राच्या संकेतस्थळावर अनेक इ-पुस्तके नि:शुल्क डाउनलोड करता येतात. ही सर्व पुस्तके विज्ञान केंद्राची निर्मिती आहे. बहुतेक सर्व पुस्तके मराठीत आहेत. कारण विज्ञान आणि तंत्रज्ञान लोकभाषेत आणणे हे केंद्राचे महत्वाचे उद्दिष्ट आहे. तुम्ही वाचत आहात तो अंक देखील इ-पुस्तक रूपात तुम्हाला डाउनलोड करता

येईल. <https://vidnyankendra.org> येथे भेट द्या.

हा अंक कोणताही बदल न करता छापून वाटण्यास वा विकण्यासही विज्ञान केंद्राची परवानगी आहे.

आलेख कसा काढतात?



X अक्ष आणि Y अक्ष हे आलेखासाठी संदर्भ अक्ष म्हणून काम करतात. X अक्ष हा आडवा दाखवतात. Y अक्ष उभा दाखवला जातो. त्रिमित आलेखात Z हा अक्ष X व Y या दोन्ही अक्षांना लंबरूप असतो. ज्या कागदावर आलेख काढला जातो त्यात घुसवलेली (कागदाच्या प्रतलाला लंब) उभी तार अशा Z अक्षाचे काम करील.

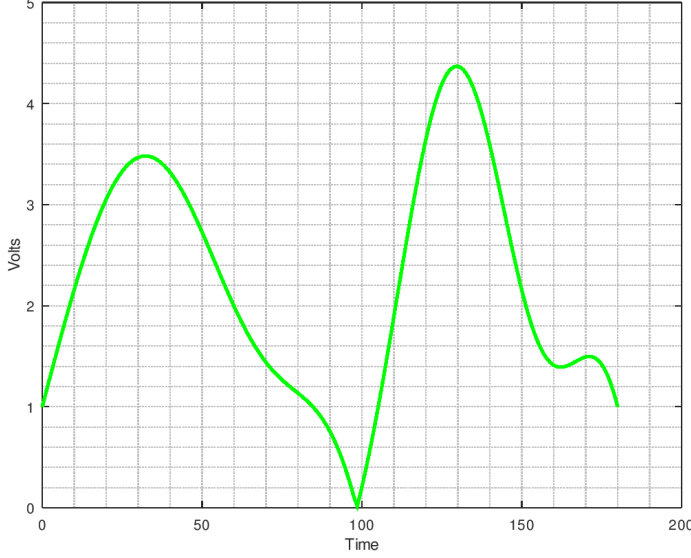
दोन्ही अक्षांवर एकसमान अंतरावर अंक क्रमाने दाखवले जातात. अक्षांचा छेदनबिंदू हा संदर्भबिंदू (Origin) म्हणून ओळखला जातो. त्याचे निर्देशक (0,0) असतात. संदर्भबिंदूच्या डावीकडे X अक्षावर ऋण संख्या दाखवल्या जातात, तर उजवीकडे धनसंख्या. Y अक्षावर संदर्भबिंदूच्या वर

धन निर्देशक तर संदर्भबिंदूच्या खाली ऋण निर्देशक दाखवले जातात. शेजारील आलेखात (1,1) हा बिंदू X अक्षापासून 1 एकक तर Y अक्षा पासून 1 एकक अंतरावर आहे. (-2,4) हे निर्देशक असलेला बिंदू Y अक्षापासून -2 एकके (म्हणजे डावीकडे) दूर आहे तर X अक्षापासून 4 एकके दूर आहे. **बिंदूचा x निर्देशक म्हणजे त्या बिंदूचे Y अक्षापासूनचे अंतर आणि y निर्देशक म्हणजे त्या बिंदूचे X अक्षापासूनचे अंतर हे लक्षात ठेवले पाहिजे.**

वर $y=x^2$ या समीकरणाचा आलेख दाखवला आहे. याचा अर्थ x या चलाची किंमत 1, 1.5, 2 (किंवा त्यांच्या ऋण संख्या) अशी बदलते तेव्हा y या चलाची किंमत त्याच्या वर्गाइतकी (म्हणजे 1, 2.25, 4 फक्त धन संख्याच. कारण वर्ग हा फक्त धनच असतो) होते. वरील परिच्छेदात सांगिल्याप्रमाणे प्रत्येक बिंदूचे निर्देशक काढून ते X व Y अक्षांच्या संदर्भात स्थापित केले जातात. हे बिंदू जोडून जे चित्र तयार होते ती वक्ररेषा म्हणजे $y=x^2$ या समीकरणाचा आलेख असे म्हटले जाते.

उच्च गणिताच्या अभ्यासाने, काही किचकट पद्धतींचा वापर करून आलेख कागदावरील कोणत्याही वक्ररेषेचे समीकरण काढता येते. ही प्रक्रिया वर सांगितलेल्या प्रक्रियेच्या बरोबर उलटी आहे. आलेख नसते तर आज विज्ञान आहे त्या स्थितीत येऊन पोहोचलेच नसते. आलेखाच्या या पद्धतीला बीजगणित आणि भूमिती यांच्यातील पूल असे समजले जाते. हा पूल पहिल्यांदा बांधला रेने दे कार्त या फ्रेंच गणितज्ञाने !

चढ आणि उतार



शेजारच्या आलेखात काळानुसार बदलणारे विद्युत व्होल्टेज दाखवले आहे. X अक्षावर काळ मिनिटांमध्ये व Y अक्षावर बदलणारे व्होल्टेज व्होल्ट्समध्ये अशी दोन चले स्थापित केली आहेत.

या आलेखाचे नीट निरीक्षण केले तर आपल्याला बरीच माहिती मिळते. ० ते ३० मिनिटांच्या कालावधीत व्होल्टेज सतत वाढताना दिसते. ३० मिनिटे ते १०० मिनिटे या काळात ते सतत उतरताना दिसते. १०० व्या मिनिटाला ते

० झाले आहे. नंतर लगेचच १३० मिनिटांपर्यंत ते पुन्हा वाढताना दिसते. १३० मिनिटांनंतर ते पुन्हा कमी होऊ लागते.

व्होल्टेज वाढीच्या व कमी होण्याच्या काळात बिंदूंच्या निर्देशांकांचा अभ्यास केला असता,

$$\frac{y - \text{निर्देशांकातील बदल}}{x - \text{निर्देशांकातील बदल}} = \frac{\text{उभा बदल}}{\text{आडवा बदल}} = \text{वक्ररेषेचा चढ (किंवा उतार) हा संबंध लक्षात येतो. चढ किंवा}$$

उताराला इंग्रजीत slope असे म्हणतात.

जेव्हा y चल सतत वाढत रहाते, त्यावेळी चढ धन असतो. ज्यावेळी y चलाची किंमत कमी होत जाते त्यावेळी चढ ऋण असतो. मूल्य धन असेल तर त्याला मराठीत चढ म्हणता येईल. मूल्य ऋण असेल तर या बदलाला उतार म्हणता येईल. कलनशास्त्राच्या भाषेत (calculus), चढ काढण्याच्या प्रक्रियेला डेरिव्हेटिव्ह काढणे असे म्हणतात. ही प्रक्रिया गणित, पदार्थविज्ञान आणि इतरही ठिकाणी अत्यंत महत्त्वाची समजली जाते.

प्रथम चढ आणि नंतर लगेच उतार असेल वक्ररेषेवरील सर्वोच्च मूल्य (maxima) आपल्याला सापडते. आधी उतार आणि नंतर लगेच चढ असे असेल तर वक्ररेषेवरील नीचतम मूल्य आपल्याला सापडते. या तंत्राचा उपयोग करून कमीत कमी ऊर्जेत अधिकाधिक उत्पादन करण्याचे तंत्र विकसित करता येते. म्हणूनच आज आपल्याला अनेक वस्तू स्वस्तात उपलब्ध होऊ शकतात.

वक्ररेषेचा चढ काढणे ही गणितातील एक अत्यंत महत्त्वाची प्रक्रिया आहे. तिचा मोठ्या प्रमाणात वापर करूनच अभियांत्रिकी क्षेत्रातील विविध तंत्रे विकसित झाली आहेत.

रेने दे कार्त

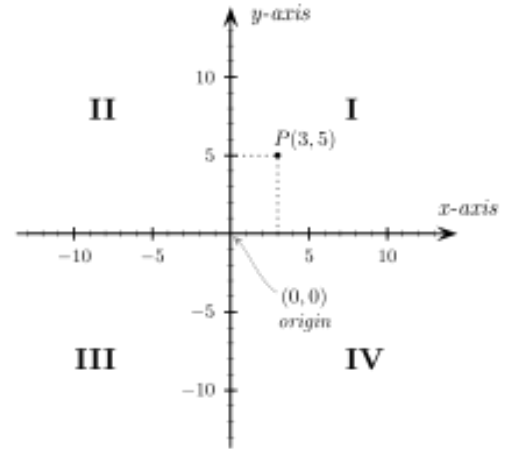


बीजगणित आणि भूमिती यांना जोडणारा पूल म्हणजे निर्देशक भूमिती (co-ordinate geometry). हा पूल बांधला फ्रेंच गणितज्ञ रेने दे कार्त (३१ मार्च १५९६ ते ११ फेब्रुवारी १६५०) यांनी.

लहान असताना रेने दे कार्त आजारी होते आणि आपल्या बिछान्यात पडून होते. त्यावेळी घराच्या कोपऱ्यात त्यांना एक कोळी जाळे विणताना आढळला. त्या जाळ्यात कोळी स्वतः केंद्रस्थानी होता आणि त्याच्या दृष्टीने त्याचे भक्ष्य नेमके कोठे

आहे हे त्याला जाळ्याच्या दोऱ्याच्या विविध स्थानांवरून कळत होते. या दृश्याकडे पाहून त्यांना निर्देशक भूमितीची संकल्पना समजली. पण ही एक दंतकथा आहे असे काहींचे म्हणणे आहे.

एका कागदावर चौरसाकृतीचे जाळे तयार करायचे. दोन संदर्भ अक्षांच्या स्थानानुसार त्यातील प्रत्येक छेदबिंदूला दोन संख्या निगडित करायच्या. हे त्या बिंदूचे निर्देशक होत. अशा रितीने, प्रत्येक छेदबिंदूशी एक आणि एकच संख्या-जोडी निगडित होते व अशा निर्देशकांच्या जोडीशी एक आणि एकच बिंदू निगडित होतो. बिंदू ही भूमितीची मूलभूत संकल्पना अशा तऱ्हेने बीजगणिताशी जोडली जाते. हा तो "पूल" होय. शेजारील चित्रात हे चित्ररूप गणिताचे मूलतत्त्व दाखवले आहे.



गणिताबरोबरच नीतिशास्त्र, तत्वज्ञान आणि शरीरविज्ञान याही विषयात रेने दे कार्त यांची प्रज्ञा विहार करित होती. "तत्वज्ञानाची मूलतत्त्वे" या त्यांच्या ग्रंथात रेखीय गतीबद्दल विचार करताना त्यांनी गतीचे मोजमाप करण्यासाठी संवेग (momentum वस्तुमान व वेग यांचा गुणाकार) ही कल्पना वापरलेली आढळते. बलाचे मोजमाप करण्यासाठी पुढे या संकल्पनेचा वापर न्यूटन यांनी केला (वाचा- न्यूटनचा दुसरा नियम).

मात्र त्यांच्या कामाचा प्रभाव त्यावेळी वयाने लहान असणारे न्यूटन यांच्यावर मोठ्या प्रमाणात पडला होता. त्यामुळे न्यूटनना प्रेरित करणे हे सुद्धा त्यांचे मोठे योगदान समजले जाते. त्यांच्या मूळ फ्रेंच पुस्तकावर आधारित असा ग्रंथ गणितासाठी न्यूटन यांना विद्यालयात शिकवला गेला. त्यानंतर रेने दे कार्त यांचे घन-समीकरणांची उत्तरे शोधण्याचे काम न्यूटन यांनी पुढे चालू ठेवले होते.

स्वरा आणि मावशी

गेल्याच आठवड्यात स्वराचा वाढदिवस झाला. तेव्हापासून, "मी आता काही लहान नाहीये काही." किंवा "मी आता मोठी झाले आहे." असं स्वरा नेहमी म्हणायला लागली. इतर सारे तिला लहान समजून उपदेश करत असतात असं तिला वाटत असावं. एकदा हेच म्हटल्यावर मावशीनं स्वराला विचारलं, "तू नेमकी किती मोठी झाली आहेस स्वरा ?"

स्वराकडे या प्रश्नाला उत्तर नव्हतं. मग मावशीनं तिला एक प्रकल्प करायला सांगितला. " पुढच्या वर्षीच्या वाढदिवसा पर्यंत दर रविवारी तू तुझी उंची मोज आणि त्याची नोंद कर. एका वर्षात असे ५२ रविवार असतात. तेव्हा x अक्षावर वाढदिवसापासूनचा कितवा रविवार असेल त्याचा अंक आणि y अक्षावर त्या रविवारी मोजलेली तुझी उंची सेंटिमीटरमध्ये, अशा बेताने तू तुझ्या वाढीचा आलेख तयार करून मला दाखव. आता मी मोठी झाले आहे असं पुढच्या वर्षी जेव्हा तू म्हणशील तेव्हा किती मोठी हे तुला त्या आलेखावरून सांगता आले पाहिजे. जर तू हे करून दाखवलंस तर रामानुजन या महान गणितज्ञाचं चरित्र तुला मी बक्षिस म्हणून देईन. आणि संगणकावर आलेख कसे तयार करतात हे सुद्धा शिकवीन " मावशी म्हणाली. स्वराला हा प्रकल्प (आणि जाहीर झालेलं बक्षिस) आवडलं, आणि तिनं आलेख कागदावर स्वतःची उंची नोंदायला लगेचच सुरुवात केली.

मोठी मुलं-मुली मनीमावशी बरोबर खेळत बसत नाहीत हे मात्र स्वराला मान्य झालेलं नाही !



विज्ञान केंद्र काय आहे ?

- विज्ञान तंत्रज्ञानाचा वापर थेट सामान्य माणसासाठी व्हावा यासाठीचा सेवाभावी उपक्रम
 - निसर्गस्नेही तंत्रज्ञानाची निर्मिती करण्याचे उद्दिष्ट
 - प्रयोग, प्रकल्प, प्रशिक्षण आणि प्रबोधन या चतुःसूत्रीवर आधारित कार्यक्रम
 - स्वतःचे प्रश्न स्वतःच सोडवण्याची क्षमता निर्माण करण्याची धडपड
- प्रत्येकाकडून त्याच्या कुवतीनुसार घेऊन प्रत्येकाला त्याच्या गरजेनुसार देण्याचा ध्यास